

Développement du transport de chaleur au sein de la plateforme de modélisation des hydrosystèmes CaWaQS

Deniz Kilic^{1,*}, Agnès Rivière¹, Shuaitao Wang², Nicolas Gallois¹, Nicolas Flipo¹

¹ Centre de Géosciences, MINES ParisTech/ARMINES, PSL Université, Fontainebleau

² UMR 7619 METIS, Sorbonne Université, CNRS, EPHE, Paris

* deniz.kilic@mines-paristech.fr

Résumé

La plateforme de modélisation CaWaQS, conçue et développée au Centre de Géosciences de MINES ParisTech, modélise le cycle de l'eau à l'échelle des hydrosystèmes grâce à la représentation du fonctionnement des différents compartiments qui les composent (Flipo et al., 2021).

De récents développements ont, entre autres, permis d'intégrer à la dernière version CaWaQS3.X des fonctionnalités permettant la simulation du transport de soluté conservatif et de chaleur en régime transitoire dans le compartiment de surface et le réseau hydrographique (Gallois et al., 2020).

Le présent rapport fait état du développement du transport de chaleur dans le système aquifère ainsi que du bilan et du transfert d'énergie à la surface libre des rivières.

Outre le détail technique de la validation des développements numériques, les conceptualisations introduites ainsi que les formulations mathématiques et algorithmes associés sont également explicités. Ces développements s'inscrivent dans la perspective de la simulation simultanée des transferts d'eau, de solutés et de chaleur à l'échelle d'hydrosystèmes complexes incluant un système aquifère multi-couches et des échanges nappe-rivière.

Points clés

- *CaWaQS3.X simule le transport de chaleur en aquifère et en rivière.*
- *CaWaQS3.X peut être forcé par des flux hydriques et/ou de chaleur issus du modèle de surface ORCHIDEE.*
- *Ces améliorations ouvrent la voie à la compréhension de l'impact thermique du changement climatique dans le bassin de la Seine.*

Abstract

The CaWaQS modelling platform, designed and developed at MINES ParisTech Geosciences Center, models the water cycle at the hydrosystem scale by representing the functioning of several compartments of these systems (Flipo et al., 2021).

Recent developments have allowed to integrate, in the latest CaWaQS3.X version, a coupling allowing the transient simulation of conservative solute and/or heat transport, in the surface and river compartments (Gallois et al., 2020).

This report discusses the development of heat transport in aquifers and energy balance at the free surface of rivers, coupled with energy transport in the river system.

In addition to technical details on the validation of the numerical developments, introduced conceptualizations, mathematical formulations as well as the associated algorithms are explained. These significant developments are part of the perspective of the simultaneous simulation of water, solute and heat transfers at the scale of complex hydrosystems, including a multi-layer aquifer system and groundwater-river exchanges.

Key points

- CaWaQS3.X simulates heat transport in aquifers and rivers.
- CaWaQS3.X can be forced by water and heat fluxes generated by the ORCHIDEE surface model.
- These improvements pave the way for understanding the thermal impact of climate change in the Seine River basin.

Introduction

La gestion durable de la ressource en eau, tant du point de vue de sa disponibilité que de sa qualité physico-chimique et écologique, en passant par son potentiel de production d'énergie, sera sous-tendue dans le futur par notre capacité à anticiper les effets du changement climatique, l'évolution des demandes en eau et les nouveaux systèmes de gouvernance relatifs à la gestion des milieux anthropisés (gestion des infrastructures, politiques de développement territorial). Ainsi, il sera impératif de décrire aussi précisément que possible les évolutions temporelles et spatiales des transferts de solutés, de chaleur et d'eau dans les différents compartiments tout en tenant compte des changements globaux. Dans ce cadre, les équipes du PIREN-Seine développent un outil de modélisation intégrée visant à simuler des échanges thermiques entre l'atmosphère et la surface (sol, rivière et lac) et les systèmes aquifères.

Des premières simulations ont été mises en œuvre afin de prédire une évolution possible de l'hydrosystème Seine dans le futur (Flipo et al., 2020; Ducharne et al., 2009; Ducharne, 2007; Boé et al., 2007). Cependant, la compréhension précise de l'impact du changement climatique sur le cycle de l'eau nécessite l'inclusion du bilan énergétique, car les processus inhérents au cycle de l'eau sont dépendants de celui-ci (Maxwell and Kollet, 2008).

Par conséquent, la compréhension actuelle du changement climatique nécessite une mise à jour des outils précédemment déployés pour modéliser la ressource en eau et son devenir potentiel. C'est dans ce cadre que s'inscrit le développement du couplage entre la plateforme ORCHIDEE (développée par l'IPSL (Krinner et al., 2005; Ducharne et al., 2000, 2020)) et la plateforme CaWaQS (développée par MINES ParisTech, PSL Université, (Flipo, 2005; Labarthe, 2016; Flipo et al., 2019; Gallois et al., 2020)). Le but de ce couplage est d'utiliser ORCHIDEE pour résoudre le bilan hydrique et énergétique des compartiments sol-végétation-atmosphère au pas de temps horaire ainsi que les flux d'échange entre leurs différentes interfaces. CaWaQS sera utilisé pour déterminer les flux d'eau et d'énergie dans les aquifères et les rivières. Ce couplage sera appliqué ultérieurement au bassin de la Seine. Un travail de déclinaison régionale d'ORCHIDEE à l'échelle du bassin de la Seine, non présenté ici, a d'ores et déjà été réalisé (Kilic et al., 2019, 2021). Une recalibration récente des flux d'eau de l'application CaWaQS-Seine a été réalisée (Flipo et al., 2021), de même que l'inclusion de l'ensemble du système aquifère de la frange orientale du bassin de la Seine (Gallois et al., 2021). Ce travail permettra donc de fermer le bilan énergétique en simulant le transport de chaleur dans l'aquifère et la rivière. L'apport d'énergie depuis la surface sera obtenu via le couplage d'ORCHIDEE avec CaWaQS.

Dans le cadre du PIREN-Seine, les efforts de modélisation autour de la question du transport à l'échelle du bassin de la Seine se sont historiquement concentrés sur la modélisation de la quantification de l'impact de la pollution d'origine agricole sur la contamination en nitrates du système aquifère (Gallois and Viennot, 2018; Beaudoin et al., 2016). Dans ce rapport, les développements et leur validation concernant le transport de chaleur sont décrits. Ces développements s'appuient sur les développements de la librairie *libttc* (Rivière, 2017) ainsi que les récentes améliorations opérées au sein de CaWaQS en termes de couplage entre transport de matière et simulation de hydrodynamisme (Rivière, 2017; Gallois et al., 2020). Après une brève introduction des outils du PIREN-Seine, une description détaillée des développements techniques sur le transport de chaleur dans l'aquifère et la rivière sera présentée.

1 Les outils de modélisation du transfert de chaleur dans les bassins

1.1 CaWaQS : CATCHMENT WATER QUALITY SIMULATOR

La plateforme CaWaQS est un outil numérique permettant la simulation spatio-temporelle de flux d'eau à diverses échelles, en régime permanent et/ou transitoire, au sein d'un hydrosystème (Flipo, 2005; Labarthe,

2016; Flipo et al., 2019). Cet outil a hérité de nombreux concepts de la plate-forme de modélisation MODCOU-NEWSAM (de Marsily et al., 1978; Ledoux, 1980). Son application permet de couvrir un large éventail de problématiques, de la prospective sur les impacts du changement climatique sur la trajectoire hydrologique du bassin de la Seine (Flipo et al., 2020) aux enjeux de remontées de nappe en agglomération parisienne (Maillet, 2019), en passant par l'étude d'impacts environnementaux autour de l'exploitation des gravières ou encore de la pollution diffuse d'origine agricole (Wang et al., 2016).

CaWaQS couple un ensemble de bibliothèques autonomes (Labarthe, 2016; Flipo et al., 2019; Gallois et al., 2020), offrant une structure modulaire à l'utilisateur qui peut sélectionner les compartiments de l'hydrosystème qu'il souhaite modéliser. Quatre librairies dédiées à ces compartiments constituent le cœur de la plateforme CaWaQS :

- *libfp* (cf. Fig 1.A) calcule le bilan hydrologique de la surface, au pas de temps journalier. Cette librairie estime l'évapotranspiration réelle et évalue le stock d'eau dans le sol. Le ruissellement et l'infiltration sont calculés à partir des précipitations et de l'évapotranspiration potentielle. Elle transfère également le ruissellement au réseau hydrographique, par méthode de routage instantané.
- *libhyd* (cf. Fig 1.B) simule les écoulements au sein du réseau rivière, selon le schéma de Muskingum (Cunge, 1969) (cf. Fig 1.D). Le ruissellement produit localement est distribué de manière homogène le long de chaque tronçon du réseau. L'épaisseur de la colonne d'eau dans la rivière est calculée par la méthode de Manning-Strickler.
- *libnsat* simule le transfert vertical d'eau au sein de la zone non saturée, selon le concept de colonnes de réservoirs de Nash (Nash, 1959) (cf. Fig 1.C). Ce compartiment est caractérisé par un ensemble de réservoirs successifs dont le temps de transit (coefficient de vidange) et l'épaisseur sont variables spatialement. Les flux calculés en base de ce compartiment sont par suite transférés comme recharge à la zone saturée (aquifère), soit par transfert vertical direct soit après routage (Gallois et al., 2020).
- *libaq* module simule (cf. Fig 1.E) l'écoulement de l'eau dans un système aquifère multi-couche, selon une discrétisation semi-implicite, par différences finies. L'équation de diffusivité est résolue sous une forme pseudo-3D. Un support de cette résolution par maillage gigogne est possible pour affiner la résolution en relation avec les couches supérieures et inférieures. Le lien entre les couches du système aquifère est établi par le concept de drainance, analogue à celui de conductance, utilisé dans la simulation des échanges nappe-rivière.

Un ensemble de librairies complémentaires, permettent au logiciel de construire (*libio*, *libmesh*), interpoler (*libts*), gérer le temps (*libchronos*, *libts*), imprimer (*libprint*), coupler spatialement les flux entre compartiments (*libspa*) et résoudre des systèmes linéaires par la méthode du gradient conjugué (*libgc*).

L'ensemble des améliorations récentes, orientées vers la simulation de flux d'eau, sont à la fois documentées dans Gallois et al. (2020, 2021) (introduction de la notion de sous-bassin versants, de gouffres, d'infiltration rivière, court-circuits hydrauliques en système aquifère, etc.) et Gallois et al. (2020) (injections de flux exogènes au réseau hydrographique). Des développements supplémentaires incluent également la possibilité de coupler CaWaQS avec un modèle de surface terrestre (LSM - *Land Surface Model*) en définissant les cartes de forçages de recharge et de ruissellement, de concentration et/ou de température à partir de ces modèles de surface. De plus, les développements récents de CaWaQS ont permis d'ajouter de nouvelles capacités telles que le transport de chaleur et de concentration dans la zone saturée et la composante rivière de CaWaQS qui fait l'objet de ce rapport.

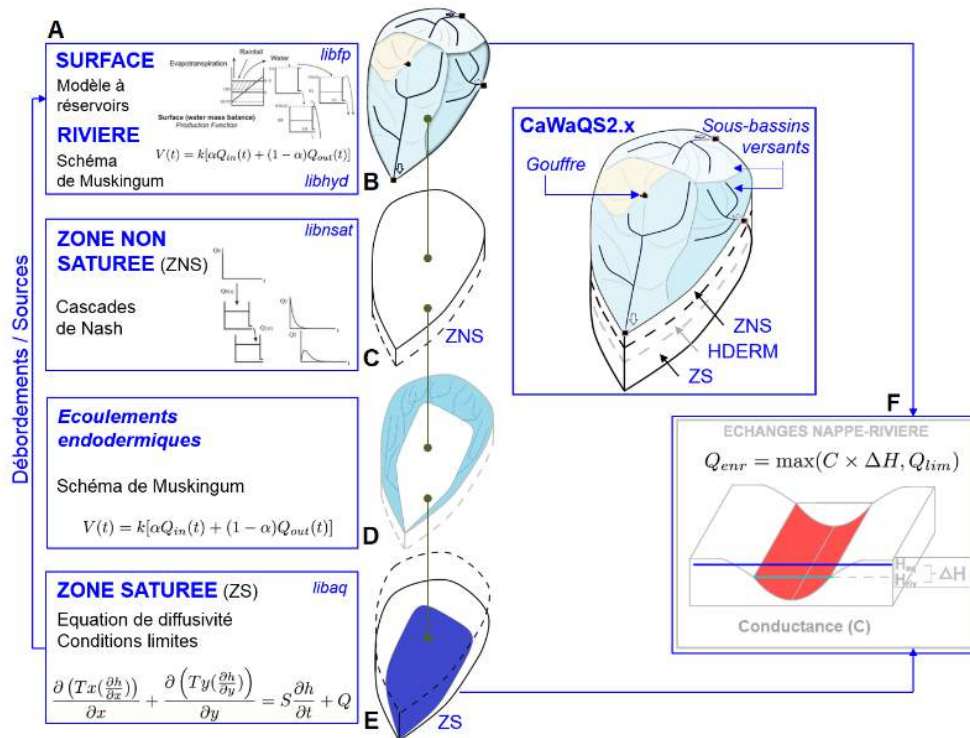


Figure 1. Schématisation de la structure de la plate-forme CaWaQS3.X de modélisation de flux d'eau (d'après Gallois et al. (2020)).

1.2 libttc : librairie de transport de chaleur et de solutés

1.2.1 Présentation

La librairie *libttc* (LIBrairie Transport Thermique et Concentration) simule le transport de chaleur et de soluté en milieu poreux (aquifères) et également en écoulement à surface libre (cours d'eau et rivières). Elle a été développée avec cinq buts principaux :

1. utiliser un formalisme commun pour le transfert de solutés et le transport de chaleur en milieu poreux (aquifère) ou en milieu eaux libres (rivière),
2. permettre une modélisation parallèle "multi-espèces". La librairie permet en effet le transport simultané, dans les différents modules, de n espèces dissoutes, Cette fonctionnalité est essentielle, notamment, dans une optique future d'intégration du transport réactif imposant souvent des conditionnalités entre espèces,
3. simuler le transport sur un maillage irrégulier gigogne, tel qu'utilisé pour la modélisation de l'hydrodynamisme aquifère,
4. permettre un niveau de flexibilité additionnel sur le pas de temps de simulation. Celui-ci peut être, si nécessaire, différent de celui servant aux calculs hydrodynamiques; ceci dans le but d'obtenir une meilleure représentation des processus avec la prise en compte de leurs temps caractéristiques,
5. coupler cette librairie avec différents codes résolvant les écoulements en surface libre (en rivière) ou en milieu poreux.

L'algorithme de *libttc* s'appuie sur l'algorithme du code GINETTE (Rivière, 2012; Rivière et al., 2020). Cet algorithme permet de répondre à tous les objectifs de la librairie *libttc*.

Compte tenu de l'analogie entre les équations (Eq. 1) et (Eq. 2), l'algorithme s'appuie sur l'écriture de l'équation de transport basée sur des paramètres apparents, calculés selon le type de problème étudié

Tableau 1. Paramètres utilisés pour la modélisation de transport. Les propriétés sont considérées homogènes

Symbole et paramètres		Unités
ω	Porosité du milieu poreux	$[\text{m}^3 \text{m}^{-3}]$
Transport de chaleur		
T	Température	[K]
λ_w	Conductivité thermique eau	$[\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}]$
λ_s	Conductivité thermique solide	$[\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}]$
λ	Conductivité thermique poreux	$[\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}]$
c_{p_w}	Capacité calorifique spécifique eau	$[\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}]$
c_{p_s}	Capacité calorifique spécifique solide	$[\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}]$
c_p	Capacité calorifique spécifique poreux	$[\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}]$
ρ_w	Densité d'eau	$[\text{kg m}^{-3}]$
ρ_s	Densité de solide	$[\text{kg m}^{-3}]$
ρ	Densité du milieu poreux	$[\text{kg m}^{-3}]$
β	Dispersivité thermique	[m]
U	Vitesse de Darcy	$[\text{m s}^{-1}]$
Q_{therm}	Terme source thermique	$[\text{W m}^{-2}]$
Transport de soluté		
C	Concentration	$[\text{mg l}^{-1}]$
U	Vitesse de Darcy	$[\text{m s}^{-1}]$
α	Dispersivité	[m]
D_m	Le coefficient de diffusion effectif	$[\text{m}^2 \text{s}^{-1}]$
q_{solute}	Terme source soluté	$[\text{mg l}^{-1} \text{s}^{-1}]$

(i.e. transport de soluté ou de chaleur). Le coefficient de diffusion thermique est analogue à celui du soluté $D_{therm} \iff D_{solute}$ et le terme capacitif thermique est assimilable à celui des solutés $\frac{\rho c}{\rho_w c_w} \iff \omega$.

$$\nabla \cdot (D_{therm} \nabla(T)) - \nabla \cdot (U T) = \frac{\rho c}{\rho_w c_w} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{Q_{therm}}{\rho_w c_w L} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot (D_{solute} \nabla(C)) - \nabla \cdot (U C) = \omega \frac{\partial C}{\partial t} + q_{solute} \quad (2)$$

où T désigne la température du milieu poreux (K), D_{therm} le coefficient de dispersion thermique ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$), U la vitesse de Darcy (m s^{-1}), ρ_w la masse volumique de l'eau (kg m^{-3}), c_{p_w} la capacité calorifique massique de l'eau ($\text{J K}^{-1} \text{kg}^{-1}$) et L la longueur de la maille sur laquelle le flux de chaleur est injectée. Pour le transport de soluté, C désigne la concentration du soluté, (mg l^{-1}), D_{therm} le coefficient de diffusion du soluté ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$), U la vitesse de Darcy (m s^{-1}), ω la porosité ($\text{m}^3 \text{m}^{-3}$) et q_{solute} le terme source de soluté ($\text{mg l}^{-1} \text{s}^{-1}$).

Pour le transport en eau libre, la valeur de la porosité est égale à 1. Cela qui permet à la librairie d'être utilisable à la fois en milieu poreux et en eau libre.

La librairie *libttc* est un ensemble de fonctions qui stockent la description des espèces simulées et de leur paramètres et résout le transport de chaleur et de soluté multi-espèces. Tout comme pour CaWaQS, la résolution du système linéaire correspondant au problème de transport est effectuée par *libgc*. Pour la discrétisation de l'équation de transport dans un schéma semi-implicite à différences finies, se référer à l'annexe. Les notations utilisées dans les équations (Eqs. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8) de transport de chaleur advection-diffusion sont synthétisées dans le tableau 1.

1.2.2 Spécificités du transport en milieu poreux

Les mécanismes qui contrôlent le transport de soluté et de chaleur en milieu poreux et en eau libre sont l'advection, la dispersion hydrodynamique et la diffusion moléculaire (Eqs. 1 et 2). Le mécanisme d'advection correspond au déplacement du soluté et de chaleur avec le mouvement du fluide. La vitesse d'advection est généralement considérée comme égale à la vitesse moyenne du fluide dans les pores (vitesse cinématique), si le soluté est considéré conservatif. La diffusion moléculaire correspond au transfert de soluté des zones à concentration élevée vers les zones à concentration faible induit par l'agitation moléculaire. Selon la loi de Fick, ce mécanisme est proportionnel au gradient de concentration et à un coefficient de diffusion propre au soluté. En milieu poreux, la diffusion est généralement plus faible qu'en eau libre du fait de la tortuosité. Le transfert par diffusion est alors contrôlé par le coefficient de diffusion effectif. Enfin, la dispersion hydrodynamique est due à l'hétérogénéité des vitesses microscopiques induite par la variabilité des ouvertures à l'échelle des pores et à plus large échelle. Elle entraîne un étalement du panache de soluté. Le transfert par dispersion peut être exprimé suivant une loi analogue à celle de Fick. Le flux dispersif est ainsi proportionnel au gradient de concentration et à une constante appelée coefficient de dispersion. Il est admis que ce coefficient est proportionnel à la vitesse moyenne du fluide et à un coefficient de dispersivité. Le coefficient de dispersion hydrodynamique D_{solute} ($m^2 s^{-1}$) est exprimé (Eq. 3) en fonction de α , la dispersivité (m), et D_m le coefficient de diffusion effectif en $m^2 s^{-1}$.

$$D_{solute} = \alpha U + \omega D_m \quad (3)$$

Pour le transport de chaleur, le terme dispersif est exprimé grâce à la loi de Fourier, équivalente à la loi de Fick utilisée pour le transport de soluté. Contrairement au soluté qui diffuse uniquement dans l'eau par diffusion moléculaire, la diffusion thermique a lieu aussi bien dans l'eau que dans le milieu poreux. La diffusion équivalente thermique du milieu poreux dépend de la conductivité thermique λ , de la chaleur spécifique C_p ($J kg^{-1} K^{-1}$) et de la masse volumique ($kg m^{-3}$) du matériaux tel que D_{therm} (Eq. 4) :

$$D_{therm} = \beta U + \frac{\lambda}{\rho_w C_{p_w}} \quad (4)$$

1.2.3 Spécificités des paramètres physiques apparent du transport en milieu poreux

La capacité thermique volumique apparente du milieu poreux ($J m^{-3} K^{-1}$) représente la capacité du matériau à emmagasiner la chaleur et s'exprime avec la relation (Eq. 5) (De Vries, 1963) :

$$\rho C_{p_m} = \omega (\rho_w C_{p_w}) + (1 - \omega)(\rho_m C_{p_s}) \quad (5)$$

La chaleur a une capacité de diffusion beaucoup plus importante que le soluté. Ainsi, la diffusion moléculaire moyenne d'un soluté est inférieure de trois ordres de grandeur au coefficient de diffusion thermique dans l'eau et de quatre ordres de grandeur à celui d'une roche sédimentaire ou de socle (Carlaw and Jaeger, 1959).

La conductivité thermique du milieu poreux λ ($W m^{-1} K^{-1}$) représente la capacité du milieu poreux à conduire la chaleur. Différents modèles existent pour représenter la conductivité thermique apparente du milieu poreux λ :

— la moyenne pondérée :

$$\lambda = \omega \lambda_w + (1 - \omega)\lambda_s \quad (6)$$

— la moyenne géométrique :

$$\lambda = \lambda_w^\omega + \lambda_s^{(1-\omega)} \quad (7)$$

— la moyenne harmonique :

$$\lambda = \frac{1}{\frac{\omega}{\lambda_w} + \frac{(1-\omega)}{\lambda_s}} \quad (8)$$

Woodside and Messmer (1961) ont montré que la moyenne géométrique (Eq. 7) est appropriée pour représenter la dépendance de la conductivité thermique du solide sec à la porosité d'une roche consolidée. Les autres relations seraient plus représentatives de certains sédiments non consolidés.

L'effet de la dispersivité sur le transport de chaleur dans les milieux homogènes est encore débattu. Selon certains auteurs, les dispersivités de la chaleur et du soluté sont de même ordre de grandeur (de Marsily, 1986). Vandenbohede et al. (2009) suggèrent que la dispersivité thermique est plus faible que la dispersivité du soluté. Toutefois, la plupart des auteurs ayant travaillé sur le transport de chaleur négligent en général la dispersion thermique par rapport à la conduction (Hopmans et al., 2002).

2 Couplage entre le transport de soluté et de chaleur avec l'hydrodynamisme des écoulement à surface libre

Dans cette section, le transport de chaleur dans le réseau hydrographique et le bilan des échanges thermiques entre eau et atmosphère sont décrits de façon synthétique. La description du transport de chaleur en rivière est présentée en section 1.2 ainsi que dans le rapport de Wang et al. (2021), en ce qui concerne la modélisation du transport de chaleur à l'interface eau-air *via* la librairie *libseb*.

Pour avoir un bilan thermique complet sur une section de cours d'eau, l'équation de conservation de l'énergie est requise, sous la forme suivante (Sinokrot and Stefan, 1993; Wang et al., 2021) :

$$\frac{\partial(AT_w)}{\partial t} = -\frac{\partial(QT_w)}{\partial x} + AD_L \frac{\partial^2 T_w}{\partial x^2} + \frac{WH_{tot}}{\rho_w \cdot c_{pw}} + q_{inj} T_{inj} \quad (9)$$

où T_w désigne la température de l'eau (K), A la surface mouillée au centre de la section (m^2), D_L le coefficient de dispersion thermique longitudinal ($m^2 s^{-1}$), ρ la masse volumique de l'eau ($kg m^{-3}$), c_{pw} la capacité calorifique massique de l'eau ($J K^{-1} kg^{-1}$), W la largeur au miroir de la section (m) et q_{inj} le débit d'eau linéique injecté ($m^3 s^{-1} m^{-1}$), T_{inj} désigne la température de l'eau injectée (K). Le premier terme de la partie de droite représente le transport advectif et le second le transport diffusif. Quant au troisième terme de l'équation (9), comprenant H_{tot} , il correspond au flux énergétique total à l'interface air-eau, qu'il soit entrant ou sortant ($W m^{-2}$). Le dernier terme correspond quant à lui aux rejets directs en rivière.

2.1 Bilan des échanges thermiques eau/atmosphère à l'aide de la librairie *libseb*

À partir de données météorologiques spatio-temporelles, la librairie *libseb* calcule le bilan global des échanges thermiques à l'interface eau/atmosphère. Ce flux, noté H_{tot} , se décompose en quatre termes tel que :

$$H_{tot} = H_{sw} + H_{lw} + H_{lh} + H_{sh} \quad (10)$$

tel que H_{sw} désigne le flux dû au rayonnement solaire (ondes courtes) (Boyd and Kasper, 2003), H_{lw} est le flux dû aux rayonnement par ondes longues (atmosphère/environnement) (Benyahya et al., 2012), H_{lh} est le flux d'énergie par évapo-condensation (chaleur latente de transition de phase) (Dingman, 2008) et H_{sh} est le flux de chaleur par convecto-conduction (chaleur sensible) (Bowen, 1926). Les quatre flux du bilan d'énergie à l'interface air-eau sont détaillés dans le rapport PIREN-Seine de Wang et al. (2021).

2.2 Discrétisation numérique de l'équation de transport

On peut regrouper les flux latéraux ($q_{inj} T_{inj}$) ainsi que les flux d'énergie à l'interface air-eau ($\frac{WH_{tot}}{\rho_w \cdot c_{pw}}$) dans l'équation (9) afin de faciliter l'écriture de la discrétisation numérique.

$$F_x = \frac{WH_{tot}}{\rho_w \cdot c_{pw}} + q_{inj} T_{inj} \quad (11)$$

La discrétisation suit un schéma semi-implicite (cf. Annexe) comme initialement réalisé entre ProSe et *libttc* pour les espèces dissoutes (Wang, 2019) en remplaçant la vitesse par le débit (Eq. 12).

$$\begin{aligned} & \frac{A_i^n T_i^n - A_i^{n-1} T_i^{n-1}}{\Delta t} + \theta \frac{Q_{i+\frac{1}{2}}^n T_i^n - Q_{i-\frac{1}{2}}^n T_{i-1}^n}{\Delta x} + (1-\theta) \frac{Q_{i+\frac{1}{2}}^{n-1} T_i^{n-1} - Q_{i-\frac{1}{2}}^{n-1} T_{i-1}^{n-1}}{\Delta x} \\ & = D_L (A_i^n \theta \frac{T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n}{\Delta x^2} + A_i^{n-1} (1-\theta) \frac{T_{i+1}^{n-1} - 2T_i^{n-1} + T_{i-1}^{n-1}}{\Delta x^2}) + \theta F_x^n + (1-\theta) F_x^{n-1} \end{aligned} \quad (12)$$

Dans cette équation, $i + \frac{1}{2}$ et $i - \frac{1}{2}$ représentent les indices des faces d'une section i . Les débits et les surfaces mouillées sont calculés par la librairie *libhyd*, via la méthode de Muskingum. Dans l'état d'implémentation actuel de la librairie *libttc*, un schéma pleinement implicite ($\theta = 1$) est utilisé.

2.3 Validation du transfert de chaleur en rivière

Les librairies *libseb* et *libttc* ont été implémentées dans le plateforme CaWaQS3.X. Un cas-test bassin versant a été construit (Fig. 2) afin d'y valider le transport de chaleur en rivière. Une simulation en conditions contrôlées a été mise en œuvre.

2.3.1 Description du cas test

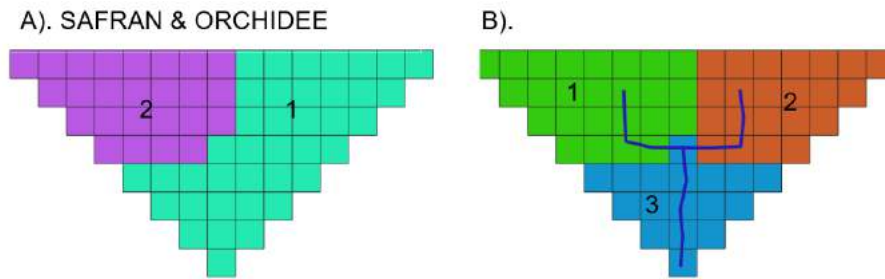


Figure 2. Géométrie du cas-test : A) Couverture des mailles SAFRAN & ORCHIDEE, les zones 1 et 2 représentent des cellules SAFRAN différentes ; B) Les lignes bleues correspondent aux tronçons de rivière ; les sections (verte, bleue, rouge) correspondent aux unités de production d'eau et de chaleur dont les flux journaliers sont calculés par ORCHIDEE

Le bassin versant est composé de 64 mailles d'une surface de 1 km². Trois tronçons de rivière sont définis, chacun étant associé à une unité de production d'eau et de chaleur (Fig. 2B). Les flux d'eau journaliers (mm) sur le bassin versant sont calculés à l'aide du logiciel ORCHIDEE forcé par les données SAFRAN (Fig. 2A). Ces flux d'eau sont utilisés par la librairie *libfp* pour produire les flux latéraux des tronçons de rivière.

Les températures de l'eau associées aux flux d'eau issus d'ORCHIDEE sont fixées à 298,22 K (25,07 °C). La température de l'eau dans les tronçons de rivière a été simulée pour une année hydraulique. Avec cette condition contrôlée, une solution théorique de 25,07 °C est attendue tout au long de la simulation.

2.3.2 Résultats

D'après les simulations, les températures de l'eau dans les trois tronçons de rivière sont toujours égales à 25,07 °C. Un exemple de sortie pour la maille à l'exutoire (tronçon de rivière 3) est montré dans la figure 3. Le transport de chaleur en rivière dans le plate-forme CaWaQS3.X est ainsi validé pour une condition hydraulique transitoire.

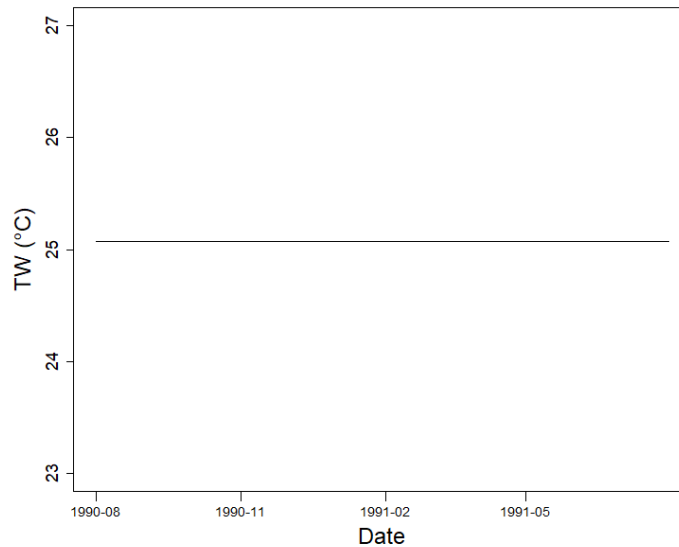


Figure 3. Températures de l'eau simulées pour la maille à l'exutoire (tronçon de rivière 3)

3 Validation du transfert de chaleur en aquifère

La librairie *libttc* a été couplée avec la librairie *libaq* dans le but de simuler le transport de chaleur et de solutés dans les aquifères. Bien que *libttc* résolve le transport de chaleur dans l'eau libre et dans un milieu poreux, l'objectif de ce test est de vérifier les calculs effectués par *libttc* couplée avec *libaq* au sein de CaWaQS3.X. Pour vérifier la fonctionnalité et la précision du problème de transport de chaleur, un ensemble de cas-tests a été réalisé. Il s'agit de résoudre le transport de chaleur en 1-D et 2-D, à la fois en régime permanent et en régime transitoire. Pour tous les tests présentés ici, un schéma implicite ($\theta = 1$) est utilisé.

La validation des cas-tests s'effectue en comparant les chroniques ou profils de températures simulés avec les résultats des solutions analytiques. Cinq critères sont utilisés pour évaluer quantitativement la performance du modèle : le biais, le coefficient de corrélation, l'erreur moyenne absolue (*Mean Absolute Error*; MAE), l'erreur moyenne quadratique (*Root Mean Square Error*; RMSE) et le KGE (*Kling-Gupta Efficiency*, Gupta et al. (2009)).

Les deux critères RMSE et MAE doivent tendre vers zéro pour une simulation précise. Le KGE est utilisé uniquement pour quantifier la pertinence des simulations transitoires. Il est basé sur le biais, le rapport des variances et le coefficient de corrélation entre les variables observées et les variables simulées. Il repose sur la minimisation de la distance euclidienne des différentes composantes à leurs valeurs optimales.

Le coefficient de corrélation est défini par :

$$r = \frac{1}{n} \sum \frac{(V_{obs}(t) - \overline{V_{obs}(t)}) - (V_{sim}(t) - \overline{V_{sim}(t)}))}{\sigma_{obs} \sigma_{sim}} \quad (13)$$

avec, les variables simulées (V_{sim}) et observées (V_{obs}), n le nombre d'échantillons, $\overline{V_{obs}}$ et $\overline{V_{sim}}$ sont la moyenne de la variable observée et simulée, et les écarts types σ_{obs} pour l'observation et σ_{sim} pour la simulation à l'instant t . Le MAE s'écrit :

$$MAE = \frac{1}{n} \sum (V_{obs}(t) - V_{sim}(t)) \quad (14)$$

Et le KGE :

$$KGE = 1 - \sqrt{(r - 1)^2 + (\zeta - 1)^2 + (v - 1)^2} \quad (15)$$

avec, ζ le rapport des écarts types $\zeta = \sqrt{\frac{\sigma_{sim}^2}{\sigma_{obs}^2}}$ et v le rapport des moyennes $v = \frac{\overline{V_{sim}(t)}}{\overline{V_{obs}(t)}}$.

3.1 Validation du transport conductif en régime permanent

Le transport de chaleur purement conductif en régime permanent s'écrit (Eq. 16) :

$$D_{therm} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (16)$$

Par conséquent, la chaleur en 1-D et 2-D évolue linéairement proportionnellement à D_{therm} (Stallman, 1965). Le premier cas-test développé pour vérifier la précision de la simulation du transport de chaleur est la diffusion en régime permanent dans une maillage gigogne.

3.1.1 Colonne 1-D avec maillage irrégulier

Le premier cas (Fig. 4) correspond au transport de chaleur utilisant la colonne verticale 1-D maillée, de façon irrégulière, à l'aide d'un maillage gigogne. Dans ce cas-test, le domaine spatial construit traduit une colonne de sol verticale de 10 m d'épaisseur discrétisée par un maillage gigogne au centre. La taille des cellules est de 1 m, et le rapport de gigogne est de 1 : 2; au total, 12 cellules sont décrites.

Les conditions aux limites sur les côtés sont définies comme des conditions aux limites à flux nul (condition de Neumann). La condition en limite inférieure de la colonne (Fig. 4.B) est fixée à 5 °C. Celle en limite supérieure l'est à 15 °C. La température initiale de la colonne est uniforme de 5 °C. Les propriétés thermiques utilisées pour caractériser la colonne sont synthétisées dans le tableau 2. Ces propriétés sont considérées homogènes sur l'ensemble du domaine.

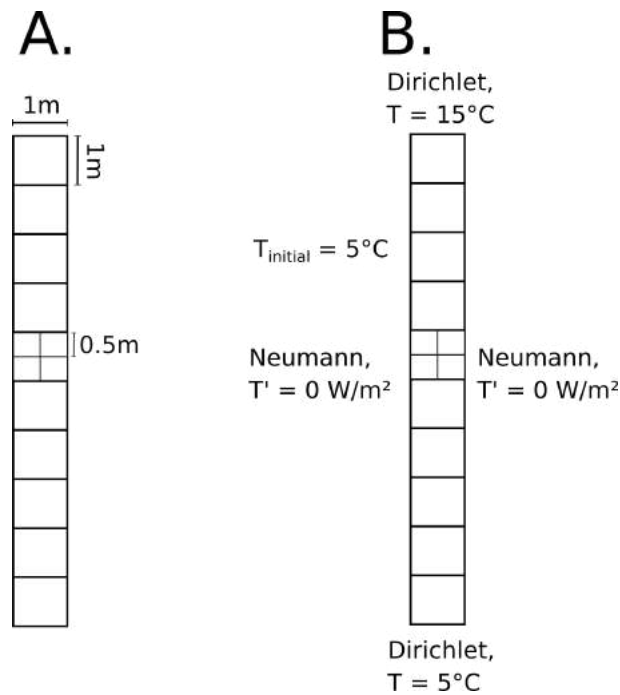


Figure 4. A) Géométrie de la colonne de sol en 1-D. B) Températures initiales et conditions aux limites utilisées sur la colonne de sol.

Tableau 2. Propriétés thermiques du problème de transport de la chaleur en colonne 1-D avec un maillage irrégulier

Paramètres et valeurs associées		Unités
ω	0,15	$[\text{m}^3 \text{m}^{-3}]$
λ_w	0,570	$[\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}]$
λ_s	7,61	$[\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}]$
c_{p_w}	4186	$[\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}]$
ρ_w	1000	$[\text{kg m}^{-3}]$
c_{p_s}	900	$[\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}]$
ρ_w	2500	$[\text{kg m}^{-3}]$
β	0	$[\text{m}]$
U	0	$[\text{m s}^{-1}]$

La figure 5 montre une parfaite corrélation ($r = 1$) obtenue à l'issue de la simulation, entre la solution numérique du transport de chaleur par conduction d'une part et la solution analytique associée d'autre part. Des valeurs de RMSE et de MAE, toutes deux égales à 0 °C, ont bien été déterminées. Le transport de chaleur par conduction en régime permanent pour la colonne de sol 1-D est, par conséquent, validé.

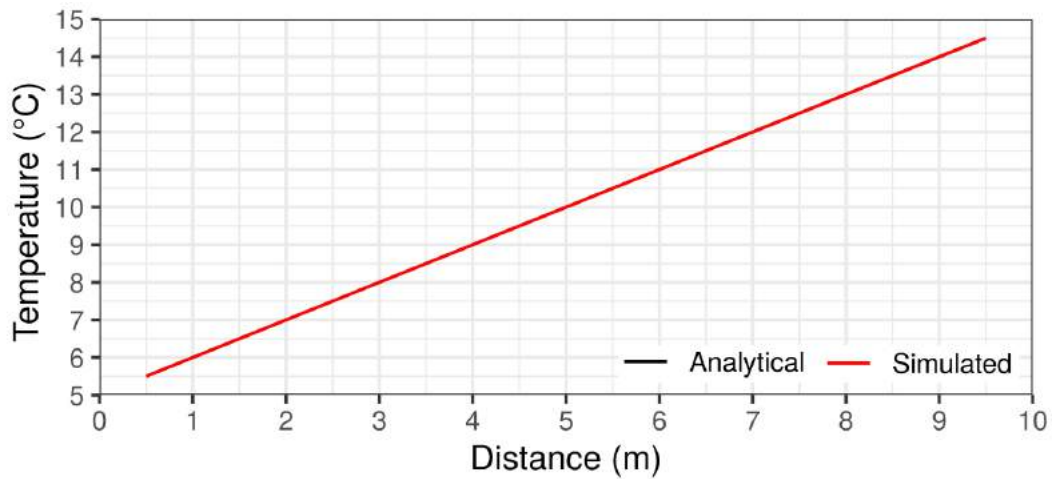


Figure 5. Comparaison de la solution analytique (Stallman, 1965) et de la simulation CaWaQS3.X, dans le cas du transport de chaleur en colonne gigogne en 1-D.

3.1.2 Bassin avec un maillage régulier

Le deuxième cas est associé au transport de chaleur dans un bassin versant d’une surface de 64 km². Un aquifère unique est représenté avec une résolution spatiale homogène de 1 km². Les conditions aux limites sur les faces est et ouest du bassin sont imposées à flux nul (conditions de Neumann). Les limites inférieures (resp. supérieures) de la colonne sont fixées à 5 °C (resp. 13 °C) (conditions de Dirichlet). Un problème de transport de chaleur par conduction pure dans la direction nord-sud est ainsi ici résolu. Une température initiale de 5 °C est attribuée à chaque cellule (Fig. 6).

Les propriétés thermiques de la couche aquifère sont rassemblées dans le tableau 3. De même que précédemment, les propriétés sont considérées homogènes sur l’ensemble de la couche.

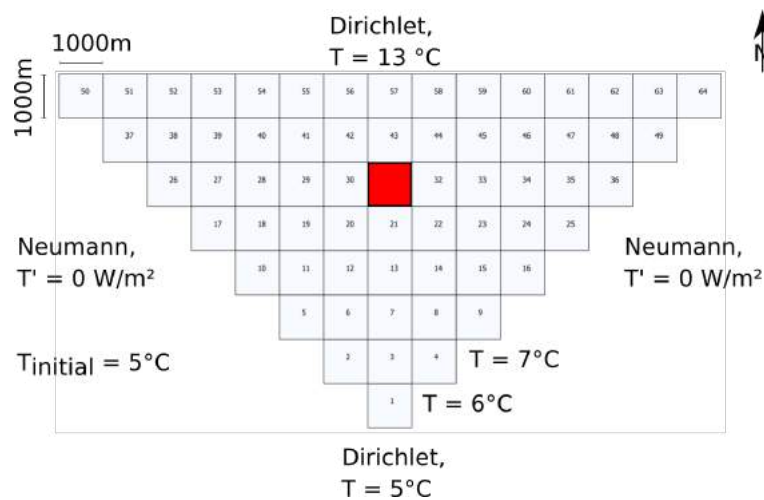


Figure 6. Géométrie du cas-test “bassin versant” et condition initiales et limites associées. La variation de température de la cellule rouge sera étudiée, par la suite, en section 3.3.2.

Tableau 3. Propriétés thermiques du problème du transport de la chaleur dans un bassin avec maillage régulier.

Paramètres	Valeurs	Unités	Paramètres	Valeurs	Unités
ω	0,15	[m ³ m ⁻³]	c_{p_s}	900	[J kg ⁻¹ K ⁻¹]
λ_w	0,570	[W m ⁻¹ K ⁻¹]	ρ_s	2500	[kg m ⁻³]
λ_s	7,61	[W m ⁻¹ K ⁻¹]	β	0	[m]
c_{p_w}	4186	[J kg ⁻¹ K ⁻¹]	U	0	[m s ⁻¹]
ρ_w	1000	[kg m ⁻³]			

Un gradient de température nord-sud est correctement simulé par le modèle (Fig. 7). Tel qu'attendu, en considérant une coupe transversale selon cette direction au centre de la couche, les résultats sont parfaitement alignés sur une droite dans le cas purement conductif. Ce cas-test valide le transport de chaleur conductif en 2-D permanent.

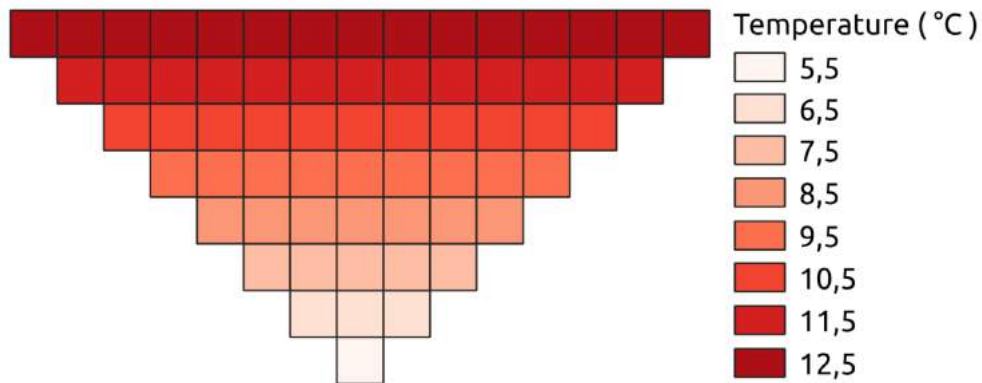


Figure 7. Évolution de la température simulée en régime permanent, pour le bassin versant avec un flux de chaleur orienté nord-sud.

3.1.3 Milieu 2-D à maillage irrégulier

Un troisième cas considère un problème de transport de chaleur conductif permanent, dans un milieu poreux idéalisé, à mailles irrégulières (Fig. 8 variant entre 0,25 m et 1 m de côté). L'objectif est d'observer si une configuration de grille 2-D gigogne a un impact sur le transport de chaleur. Les conditions aux limites des faces nord et sud du milieu poreux sont définies comme des conditions aux limites à flux nul. La condition aux limites des faces est des mailles sans voisins est fixée à 10 °C et la condition à la limite ouest est fixée à 20 °C (Fig. 8). Une température initiale de 5 °C est attribuée à chaque cellule. Les propriétés thermiques du milieu poreux sont répertoriées dans le tableau 3. Les propriétés sont, ici encore, considérées homogènes.

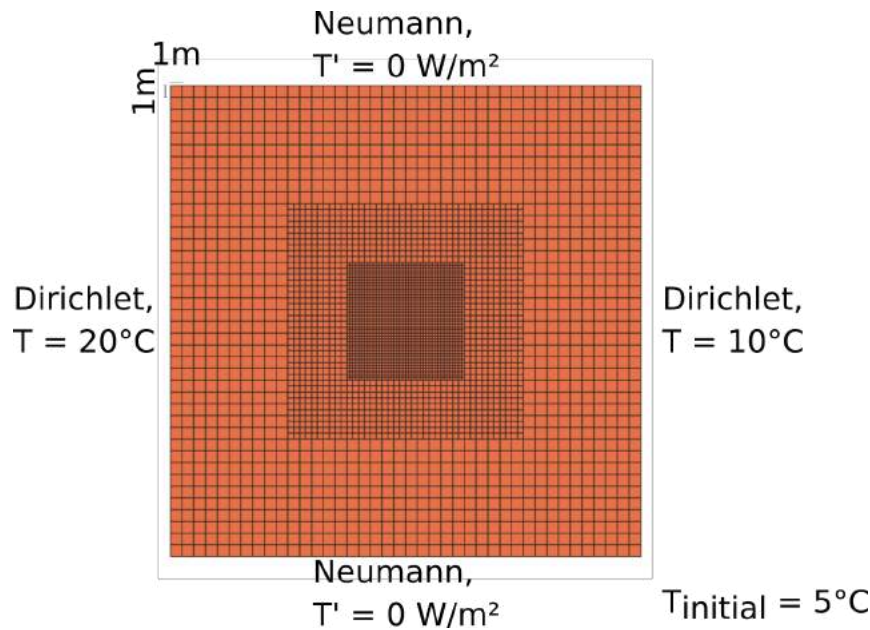


Figure 8. Maillage irrégulier associé au cas de simulation test en milieu poreux. La résolution de la cellule est 1 m.

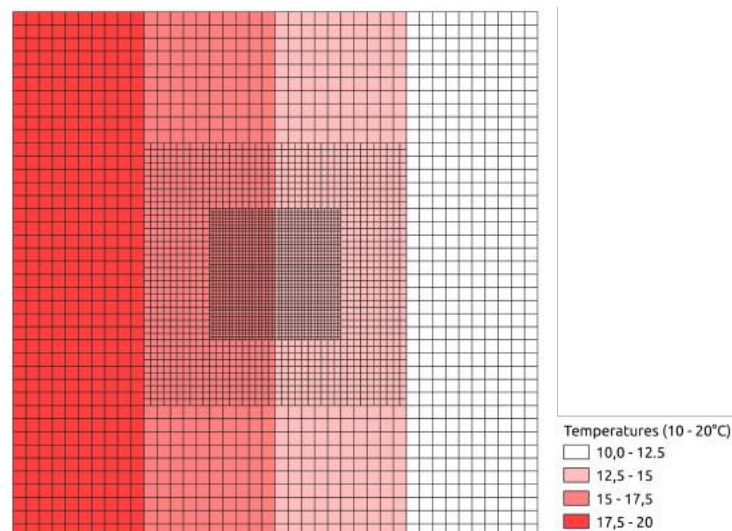


Figure 9. Évolution de la température simulée en régime permanent pour le cas-test "bassin versant".

Selon une coupe transversale à mi-domaine, orientée ouest-est, les résultats sont, à nouveau, en parfait accord avec la solution analytique, qui dans le cas d'une conduction pure se traduit par une simple droite (Fig. 5).

L'évolution de la température en régime permanent dans la dimension horizontale est satisfaisante, ce qui renforce encore la crédibilité de la résolution du transport de chaleur 2-D conductif en régime permanent par *libttc* intégrée dans CaWaQS3.X.

3.2 Validation du transport transitoire de chaleur conductif et advectif par comparaison avec la solution de Goto et al. (2005)

La réponse thermique d'une colonne de sédiments saturés en 1-D avec une vitesse donnée et une température variant périodiquement a une solution analytique (Goto et al., 2005; Stallman, 1965). Afin d'examiner la réponse du module de transport de chaleur, nous avons défini une colonne de sol, en utilisant une vitesse verticale fixe et une température périodiquement variable aux limites supérieures et inférieures. La géométrie de cette colonne est décrite en figure 10.A.

Ces conditions aux limites imposent une réponse thermique verticale. Celle-ci dépend de la direction et de la vitesse de l'écoulement, de la diffusivité thermique du sédiment saturé et de la période de variation de la température de surface. La solution analytique de Goto et al. (2005) est utilisée pour estimer la variation de température en tout point de la colonne pour des vitesses ascendante et descendante, ainsi que pour un problème conductif pur. Les résultats de la solution numérique pour ces trois cas de transport de chaleur sont comparés aux solutions analytiques de Goto et al. (2005).

Si l'on considère un milieu poreux de profondeur z , la réponse thermique d'un milieu poreux homogène avec un écoulement vertical est exprimée par l'équation (Eq. 17) (Stallman, 1965) :

$$T(z, t) = \sum_i A_i \exp\left(\frac{vz}{2K_m} - \frac{z}{2K_m} \sqrt{\frac{\alpha_i + v^2}{2}}\right) \cos\left(\frac{2\pi t}{P_i} - \omega_i - \frac{z}{2K_m} \sqrt{\frac{\alpha_i - v^2}{2}}\right) \quad (17)$$

avec un temps t (s), une surface de A_i , une porosité ω_i , une conductivité thermique λ et une période de P_i . Le paramètre v est un produit de la vitesse d'écoulement du fluide U et de la capacité calorifique volumique de l'eau $\rho_w c_{p_w}$ et de celle du milieu poreux $\rho_s c_{p_m}$ défini comme suit :

$$v = \frac{\rho_w c_{p_w}}{\rho_m c_{p_m}} U \quad (18)$$

où ρ et c_p correspondent respectivement à la densité et la capacité thermique spécifique du solide. Les indices w et m indiquent respectivement l'eau et le milieu poreux. α_i est une fonction de P_i , de K_m (diffusivité thermique du milieu poreux, $K_m = \frac{\lambda}{\rho_m c_{p_m}}$) et v .

$$\alpha_i = \sqrt{v^4 \left(1 + \frac{8\pi K_m}{P_i v^2}\right)} \quad (19)$$

Pour valider la solution numérique, on définit un milieu poreux de conductivité thermique égale à $1 \text{ W m}^{-1} \text{ K}$ et d'une capacité thermique de $4 \cdot 10^6 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$. Une amplitude A_i de $1 \text{ }^\circ\text{C}$ avec une température moyenne de $11 \text{ }^\circ\text{C}$ et une période P_i de 30 jours ont été choisies pour cette étude. 30 jours de simulation assureraient une propagation suffisante du transport de chaleur advectif et conductif dans une colonne de 10 m d'épaisseur. Les résultats de la simulation numérique sont ensuite comparés à la solution analytique du même milieu poreux. Les calculs de la solution analytique sont réalisés en utilisant le logiciel *pyHeat* (<https://github.com/flipo/yo/pyHeat>).

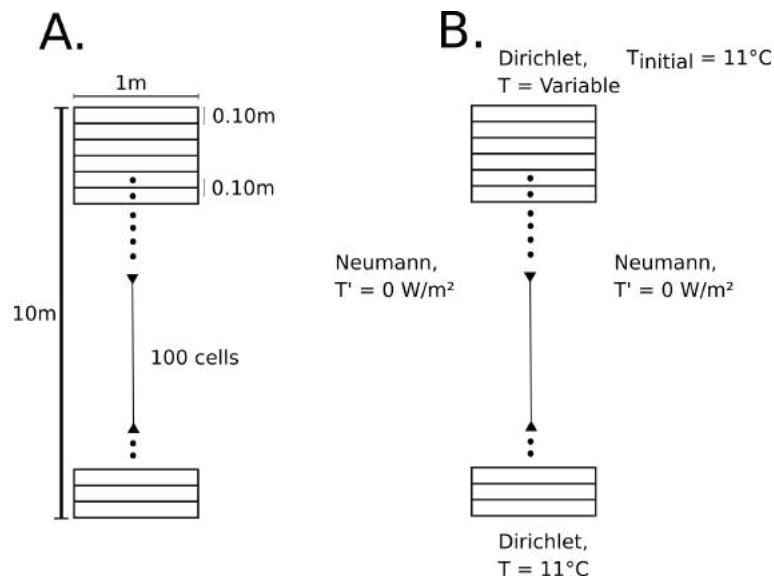


Figure 10. A) Géométrie de la colonne de sol en 1-D. B) Températures initiales et conditions aux limites de la colonne de sol Goto *et al.* (2005).

Les propriétés thermiques du domaine simulé sont mentionnés en tableau 4. Le vecteur vitesse est fixé et le signe positif indique une infiltration (flux d'eau descendant) alors que le signe négatif indique une exfiltration (flux d'eau ascendant). Dans le premier et le troisième cas, un écoulement vertical du fluide est appliqué dans le sédiment homogène. Dans le second, il n'y a pas de flux vertical, le transport de chaleur est donc purement conductif. La conductivité thermique effective du milieu poreux est de $1 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ (moyenne géométrique).

Tableau 4. Propriétés thermiques de la colonne de sol utilisée pour les trois cas testés pour le transport de chaleur : 1) Flux advectif-conductif vers le bas, 2) Cas conductif pur, pas de flux d'eau, 3) Flux advectif-conductif vers le haut de la colonne.

Paramètres et valeurs associées		Unités
ω	0, 15	$[\text{m}^3 \text{ m}^{-3}]$
λ_w	0, 570	$[\text{W m}^{-1} \text{ K}^{-1}]$
λ_s	1, 104	$[\text{W m}^{-1} \text{ K}^{-1}]$
c_{p_w}	4186	$[\text{J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}]$
ρ_w	1000	$[\text{kg m}^{-3}]$
c_{p_s}	1674, 39	$[\text{J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}]$
ρ_w	2500	$[\text{kg m}^{-3}]$
β	0	$[\text{m}]$

Le maillage, les conditions initiales et les conditions limites de la simulation sont données dans la figure 10.B. Les conditions aux limites supérieures et inférieures sont définies comme des conditions de Dirichlet, tandis que les faces latérales sont définies comme des conditions de type Neumann à flux nul. Les valeurs des conditions initiales ainsi que les conditions aux limites supérieures et inférieures sont indiquées dans le tableau 5.

La température initiale de la colonne est fixée à 11°C . Les côtés droit et gauche de la colonne de sol ont une condition limite de Neumann à flux nul. La condition limite supérieure est une température variable dans le temps avec une température moyenne de 11°C , une amplitude de 1°C et une période de 30 jours. La solution de Goto a pour hypothèse une colonne semi-infinie. La solution analytique a permis de calculer la température à une profondeur de 10 m en utilisant les conditions citées ci-dessus. D'après ce calcul, la température est quasi constante et de 11°C . Cette température est imposée à la base de la colonne.

Tableau 5. Valeurs des conditions aux limites et initiales des trois cas tests. U_{cas1} est la simulation advectif-conductif avec un flux de l'eau descendant, U_{cas2} indique le test conductif pur, U_{cas3} est la simulation d'un flux de l'eau descendant. Les conditions aux limites et initiales thermiques $T_{initiale}$, $T_{surface}$, T_{bas} sont les mêmes pour les trois cas.

paramètre et valeurs associées		unités
U_{cas1}	$1e^{-6}$	$[m\ s^{-1}]$
U_{cas2}	0	$[m\ s^{-1}]$
U_{cas3}	$-1e^{-6}$	$[m\ s^{-1}]$
$T_{initiale}$	11	$[^{\circ}C]$
$T_{surface}$	périodique de moyenne $11^{\circ}C$, d'amplitude $1^{\circ}C$ et de période 30 jours	$[^{\circ}C]$
T_{bas}	11	$[^{\circ}C]$

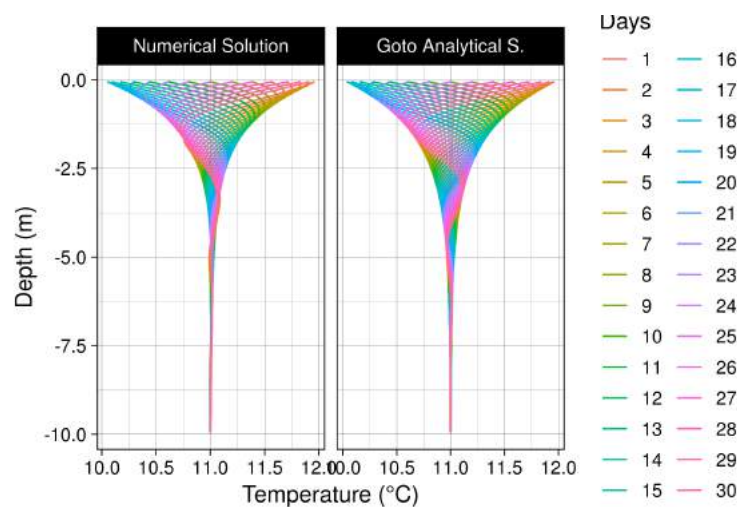


Figure 11. Variations spatio-temporelles des réponses thermiques d'un flux de l'eau descendant (cas 1) dans la colonne de sol à partir a) de la solution numérique libttc, b) de la solution analytique Goto. Chaque ligne représente le profil de température d'un jour en différentes couleurs pendant la période de simulation.

Dans le cas 1, les profils de températures simulées sur une période de 30 jours sont représentés sur la figure 11. Lorsque l'on compare la solution numérique et la solution analytique, les profils thermiques sont relativement similaires. La propagation du flux de chaleur atteint jusqu'à 5 m de profondeur dans les solutions numériques et analytiques.

Le critère statistique de performance de la solution numérique par rapport à la solution analytique est donné dans le tableau 6. La corrélation est très élevée, les valeurs MAE et RMSE sont aussi basses que $0,034^{\circ}C$, et le KGE est proche de 1.

Dans le cas 2 (simulation de conduction pure), la pénétration des variations de température atteint une profondeur de 2,5 m en un mois. En dessous de 2,5 m, la condition de surface n'a plus d'impact. Lorsque l'on compare la solution numérique et les solutions analytiques, les profils de température sont similaires.

Les critères statistiques estimés pour ce cas peuvent être vus dans la tableau 6. Nous observons une corrélation élevée ainsi que des valeurs MAE et RMSE assez faibles.

Le troisième cas (Fig. 13) simule l'impact du flux vertical ascendant. La pénétration de la température de surface est entravée par l'advection de la température du bas de la colonne. Le profil de température devient linéaire à 1,3 m de profondeur. Les critères statistiques sont donnés dans le tableau 6. Comme dans les cas précédents, les critères statistiques montrent une bonne adéquation de la solution numérique avec la solution analytique. Nous observons un coefficient de corrélation élevé avec des valeurs MAE et RMSE limitées. Le

Tableau 6. Performances de simulation : coefficient de corrélation, MAE (°C), RMSE (°C), biais (%), et KGE calculés pour les cas de test de la solution numérique vs Goto et al. (2005). 1) le cas 1 a un flux descendant avec une vitesse U de $1e-6$ m s⁻¹ ; 2) le cas 2 est une simulation en conductif pur m s⁻¹ ; 3) le cas 3 a un flux ascendant U de $-1e-6$ m s⁻¹.

	Critères	Cas 1	Cas 2	Cas 3
1	Corrélation coeff.	0.988	0.998	0.998
2	MAE (°C)	0.020	0.002	0.001
3	RMSE (°C)	0.034	0.005	0.005
4	BIAIS (%)	0	0	0
5	KGE	0.938	0.987	0.956

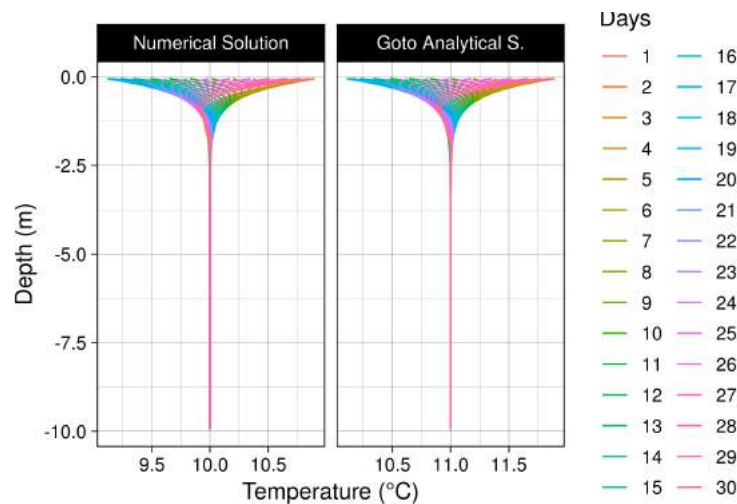


Figure 12. Variations spatio-temporelles des réponses thermiques d'un flux de chaleur conductif pur (cas 2) dans la colonne de sol à partir de a) la solution numérique libttc, b) la solution analytique Goto. Chaque ligne représente le profil de température d'un jour en différentes couleurs pendant la période de simulation.

KGE montre également une grande efficacité du modèle.

Les trois cas de transport de chaleur ont été testés et comparés avec une solution analytique pour valider le transport de chaleur simulé par la librairie libttc au sein de CaWaQS.

Les simulations affichent de très bonnes performances : erreur absolue moyenne de 0,008°C, RMSE de 0,015°C, KGE moyen de 0,96.

3.3 Validation du transport de chaleur transitoire en régime hydraulique transitoire

Ce cas-test comprend la variation de la température aux limites du modèle et la modification des vitesses d'eau au cours du temps. Deux cas-tests sont développés :

1. le transport thermique transitoire dans la colonne de sol (Fig. 10). Une variation de vitesse par paliers a été appliquée à la colonne de sol pour démontrer l'impact de la variation sur l'amplitude et la phase de la température.
2. la simulation d'un bassin avec conditions aux limites transitoires de température et de vitesse avec différents modes de transport de la chaleur.

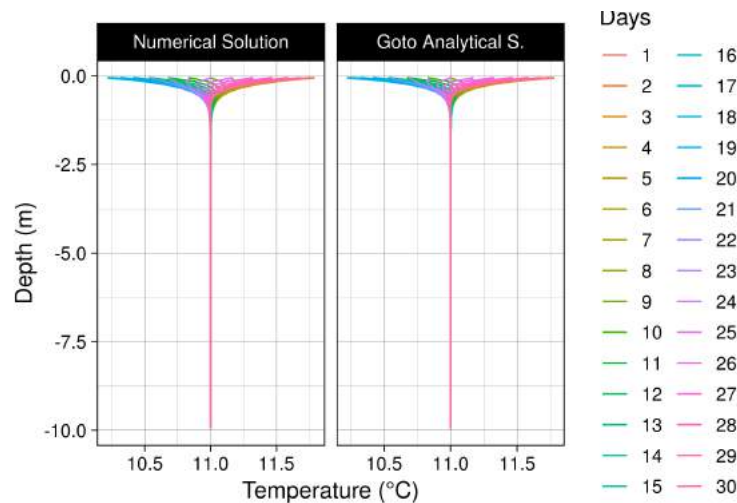


Figure 13. Variations spatio-temporelles des réponses thermiques du flux de l'eau ascendant (cas 3) dans la colonne de sol à partir a) de la solution numérique libttc, b) de la solution analytique Goto. Chaque ligne représente le profil de température d'un jour en différentes couleurs pendant la période de simulation

3.3.1 Colonne Goto avec des flux d'eau variables

Le premier cas-test transitoire s'appuie sur le cas du transfert de chaleur présenté par Goto et al. (2005), section 3.2, p. 16, mais avec cette fois-ci des conditions hydrauliques variables. Les conditions initiales et aux limites sont présentées dans la Fig. 14.

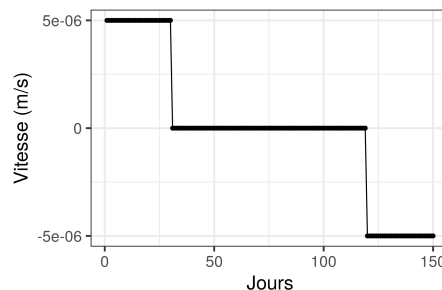


Figure 14. Variations temporelles des d'un flux d'eau : Flux d'eau descendant jusqu'au jour 30, pas de flux d'eau entre le jour 30 et 60 et flux d'eau ascendant à partir du jour 60, dans la colonne de sol.

Une période totale de 90 jours est sélectionnée pour simuler le transport de chaleur dans la colonne verticale. Cette période est suffisante pour observer la propagation de la chaleur, car avec une vitesse de Darcy de $5 \cdot 10^{-6} \text{ m s}^{-1}$, en 30 jours, la propagation de l'eau serait d'environ 12,5 m. Il suffit de modifier l'amplitude de la température et d'observer la température des conditions limites réfléchies à certaines profondeurs. Pour observer la variation de la température, trois profondeurs sont choisies. Cette comparaison nous permettra de voir l'impact du transport advectif et des variations de la vitesse du flux d'eau sur le signal de température.

Un ensemble de simulations a été réalisé pour observer la convergence de la température dans le temps sur une durée de 150 jours avec la solution analytique de Goto pour une température moyenne de 11°C une amplitude de 1°C et une période de 30 jours (Figs. 15, 16, 17).

À une profondeur de 0,5 m (Fig. 15), nous observons que la température est strictement corrélée avec la solution de Goto du flux d'eau descendant. Après 30 jours, la vitesse de Darcy devient nulle et nous observons une atténuation de l'amplitude de la température dans la solution numérique. Elle converge alors vers la solution analytique du cas de conduction pure de Goto. Au jour 120, nous observons un autre changement de la vitesse

Tableau 7. Propriétés thermiques d'une colonne de sol pour résoudre le transport de chaleur avec une hydraulique variable.

paramètres et valeurs associées		unités
ω	0,15	$[\text{m}^3 \text{m}^{-3}]$
λ_w	0,570	$[\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}]$
λ_s	1,104	$[\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}]$
c_{p_w}	4186	$[\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}]$
ρ_w	1000	$[\text{kg m}^{-3}]$
c_{p_s}	1675,39	$[\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}]$
ρ_s	2500	$[\text{kg m}^{-3}]$
β	0	$[\text{m}]$

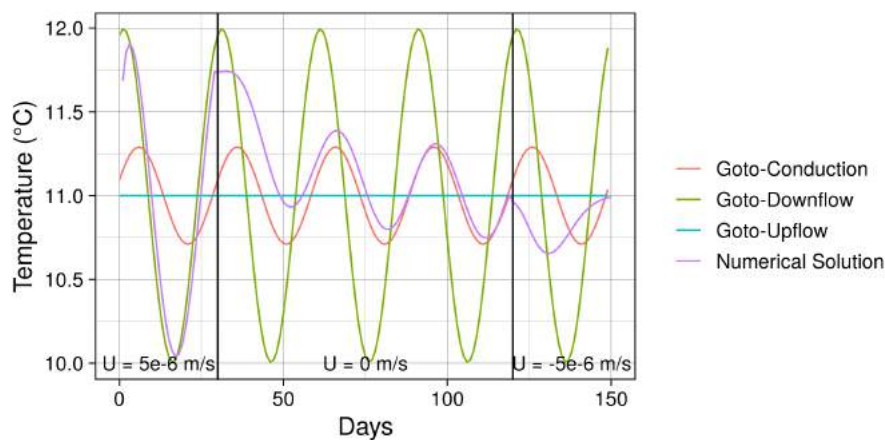


Figure 15. Variations de température à 0,5m profondeur. Goto-Conduction : Goto en conduction pur ; Goto-Downflow : Goto avec flux d'eau descendant ($U = 5 \cdot 10^{-6} \text{m s}^{-1}$). Goto-Upflow : Goto avec flux d'eau ascendant ($U = -5 \cdot 10^{-6} \text{m s}^{-1}$).

de Darcy vers un flux ascendant, le signal de température récupère la température du fond de 11°C après 30 jours. Cela est cohérent avec le temps de propagation de la température pour la vitesse de Darcy donnée.

A 5 m de profondeur (Fig. 16), nous observons une convergence similaire de la température, avec un régime périodique qui se met en place pendant les 30 premiers jours de simulation. Durant les 90 jours suivants de régime conductif pur, la température progresse lentement avec pour cible la solution du régime conductif pur de 11°C . Cette température n'est pas atteinte du fait d'une conductivité thermique limitée qui ralentit la récupération du signal de température. Cependant, lorsque le flux d'eau s'inverse pour devenir ascendant au 120^{ème} jour, il ne suffit alors que d'une quinzaine de jours pour que la température à -5 m atteigne la valeur de la condition limite de fond de 11°C .

Lorsque nous comparons la variation de la température dans le temps sur la figure 17, une longueur d'onde sinusoïdale de 30 jours est trop courte pour montrer une variation de température suffisante à la profondeur de 9,5 m. Les cas de conductivité pure et de flux d'eau ascendant montrent une température fixe de 11°C à la profondeur de 9,5 m. Dans le cas de la conductivité pure, la durée de simulation de 90 jours n'est pas suffisante pour atteindre une température permanente de 11°C .

Globalement, les profils simulés à différentes profondeurs ont des comportements cohérents vis-à-vis des différentes solutions de Goto en régime hydraulique permanent. Les profils de température résultant à 0,5 m, 5 m et 9,5 m de profondeur sont tracés sur la figure 18. L'impact de la vitesse de l'eau sur l'amplitude des températures est clair. Une valeur élevée de la vitesse de Darcy avec un flux d'eau descendant permet à la température de surface de se propager dans le milieu.

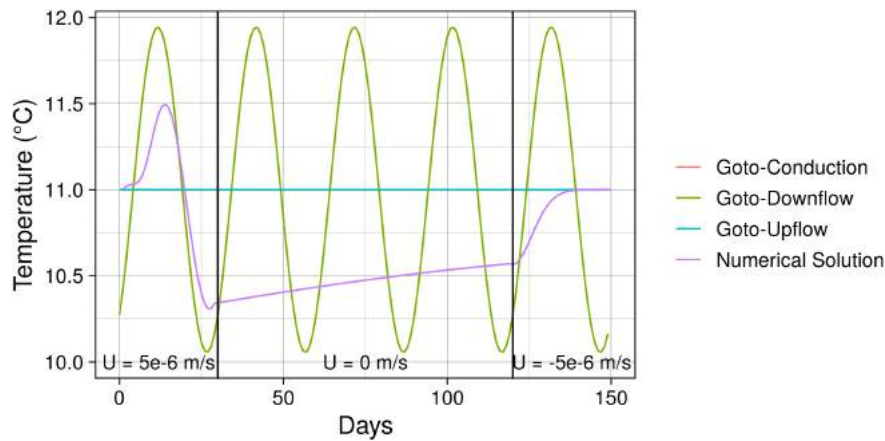


Figure 16. Variations de température à 5m profondeur. Goto-Conduction : Goto en conduction pur ; Goto-Downflow : Goto avec flux d'eau descendant ($U = 5 \cdot 10^{-6} \text{ m s}^{-1}$). Goto-Upflow : Goto avec flux d'eau ascendant ($U = -5 \cdot 10^{-6} \text{ m s}^{-1}$).

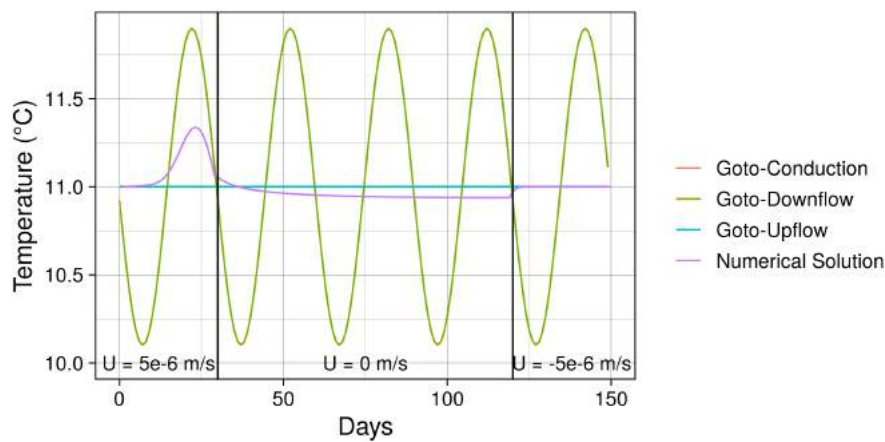


Figure 17. Variations de température à 9,5 m profondeur. Goto-Conduction : Goto en conduction pur ; Goto-Downflow : Goto avec flux d'eau descendant ($U = 5 \cdot 10^{-6} \text{ m s}^{-1}$). Goto-Upflow : Goto avec flux d'eau ascendant ($U = -5 \cdot 10^{-6} \text{ m s}^{-1}$).

Les températures à la profondeur de 0,5 m imitent fortement le signal de la condition limite de surface après 4 jours. Ces 4 jours sont liés aux conditions homogènes initiales du modèle. De même, le signal de température à 5 m de profondeur imite la condition limite supérieure avec un retard de 10 jours. Lorsque la vitesse devient nulle au 30^{ème} jour, il y a un fort découplage entre le signal de température de surface et celui des températures simulées à 0,5 m et 5 m de profondeur. Les températures à 0,5 m ont alors un signal présentant une plus faible amplitude. Les températures à 5 m et 9,5 m de profondeur tendent à revenir à des valeurs aux alentours de 11 °C en accord avec le régime conductif pur. Au jour 120, le champ de vitesse Darcy passe à une condition ascendante avec une vitesse de $5 \cdot 10^{-6} \text{ m s}^{-1}$. Le flux vertical ascendant transporte une température de 11 °C. Les températures simulées à 0,5 m, 5 m et à 9,5 m de profondeur tendent alors vers cette valeur. En 3 jours, la température à 9,5 m de profondeur devient fixe à 11°C. En 12 jours, la température à 5 m converge vers cette valeur et celle à la profondeur de 0,5 m converge vers cette valeur à la fin de la simulation.

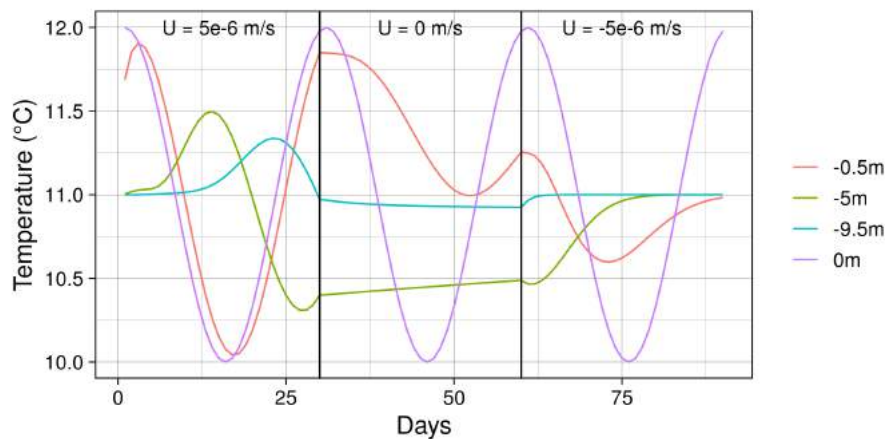


Figure 18. Variations temporelles des réponses thermiques d'un flux de l'eau variable dans la colonne de sol à 0,5 m, 5 m, 9,5 m profondeur. La ligne violette indique la condition limite en haut de la colonne. Les lignes verticales indiquent les jours où la vitesse change.

3.3.2 Régime transitoire pour le bassin

Ce cas reprend le cas-test de l'aquifère triangulaire de 64 km² présenté section 3.1.2, p. 13, en imposant des conditions limites de températures et hydrauliques variables pendant une année de simulation. Il a pour objectif de simuler l'impact d'une limite avec une température fluctuante sur les résultats précédemment exposés. Le domaine simulé étant très grand, la conductivité thermique est multipliée par un facteur 2 pour pouvoir observer la variation de température due à la conduction.

Les conditions aux limites de température sur les faces est et ouest du bassin sont définies comme des conditions aux limites à flux nul. La condition aux limites nord est périodique de température moyenne 13°C, avec une amplitude de 1°C, et une période de 30 jours.

Les conditions aux limites sur les faces sud sont définies comme des limites de Dirichlet de 5°C au point le plus au sud et augmentent linéairement vers le nord. Une température initiale de 5°C est attribuée à toutes les cellules.

Pour les conditions hydrauliques, un champ de vitesses uniformes sur la colonne et variables dans le temps est imposé (Fig. 19). Quatre expériences, notées EXP1, EXP2, EXP3 et EXP4 sont menées. EXP1 et EXP2 présentent une vitesse uniforme de $1e-4 \text{ m s}^{-1}$ qui ne change pas au cours du temps. L'EXP1 présente un écoulement dans la direction sud-nord, direction inversée pour l'EXP2. Des vitesses variables sont appliquées dans EXP3 et EXP4. La variation représente une vitesse ascendante (sud-nord) qui s'inverse pour devenir descendante (nord-sud) en passant par un palier conductif, c'est-à-dire une vitesse nulle. Chaque palier dure 120 jours. Dans EXP3, la vitesse vaut 10^{-6} m s^{-1} , alors qu'elle vaut 10^{-5} m s^{-1} dans EXP4.

Trois cas avec les quatre régimes de vitesses EXP1, EXP2, EXP3 et EXP4 sont simulés. Chaque cas a un type spécifique de transport de chaleur activé. Le premier cas est "Advectif" où seul le transport de chaleur advectif est activé dans le bassin. Le second cas est "Conductif" où la composante advective est annulée et où seule la conduction pure est activée. Le troisième cas simule l'advection et la conduction, les deux composantes du transport de chaleur étant activées. Par conséquent, le cas "Conduction + Advection" est le signal combiné des cas "Conduction" et "Advection".

L'évolution de la température de la cellule 30 (Fig. 6) obtenue à partir des simulations des deux premières expériences (EXP1 et EXP2) est illustré sur la figure 20. Dans les deux expériences, nous observons une contribution presque insignifiante de la conduction. Une légère modification de la température due à la conduction est visible avec ses ondulations dans l'EXP2. Le même phénomène n'est pas visible dans l'EXP1 puisque la

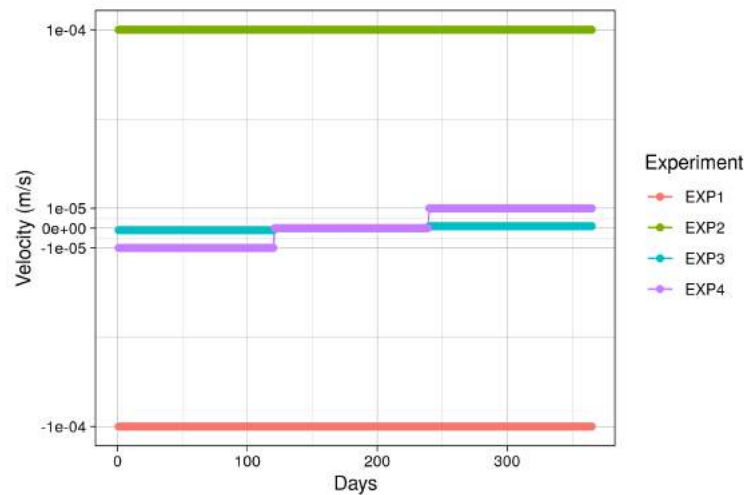


Figure 19. Variation de la vitesse pour 1 an de période de simulation. Une forte vitesse de Darcy uniforme est appliquée dans EXP1&2. Tous les 120 jours, la vitesse est modifiée de manière progressive pour l'EXP3-4. EXP3 signifie une simulation avec un écoulement de l'eau plus lent dans la direction nord-sud. EXP4 signifie une simulation avec un flux d'eau plus fort. L'EXP4 est censée être dominée le terme advectif.

température du fond ne varie pas dans le temps (fixée à 5°C). Sur une période d'un an, nous observons qu'en cas d'advection pure (ligne bleue), la température de la cellule rouge atteint la même température que la condition limite du fond dans l'EXP1. Cependant, dans le cas "Conduction + Advection", avec l'effet de la conduction, la température ne descend qu'à 8°C au lieu de 5°C. Dans le cas EXP2, nous observons le réchauffement de la cellule du fait de la température plus élevée de l'eau circulant du nord au sud. Dans le cas de l'advection pure (ligne bleue), nous observons que la température atteint la température de la condition limite de 13°C. Toutefois, la distance empêche la variation de température à la condition limite avec une amplitude de 1°C d'avoir une influence sur l'advection.

Les troisième et quatrième expériences sont présentées dans la figure 21. Les flux d'advection sont simulés uniquement dans la direction sud-nord dans ces expériences. Dans le cas de l'EXP3, la vitesse est inférieure d'un ordre de grandeur à celle de l'EXP4. L'impact de la différence de vitesse est clairement visible lorsque les deux profils de température sont comparés. L'impact de l'advection est beaucoup plus apparent dans l'EXP4. En effet, alors que l'advection dans EXP3 a un impact sur les températures jusqu'à 0,02°C, dans EXP4, les températures varient jusqu'à 0,4°C sur une période de 120 jours. Dans le cas advectif pur, lorsque la vitesse est nulle, le modèle représente bien une température constante qui correspond à un flux de chaleur nul. Le cas "Advection + Conduction" représente bien un flux de chaleur conductif à cette même période. En conséquence, la température n'y est pas constante lorsque la vitesse est nulle.

La conduction pure, quant à elle, ne modifie pas la température de manière significative. Ceci est dû à la taille du domaine simulé : plus le domaine de simulation est grand, plus l'impact du transport conductif diminue. Les ondulations de température pendant la période de simulation proviennent de la variation de la température à la frontière nord du domaine simulé. Globalement, le transport de chaleur dans les différents modes de transport sont testés et il semble fonctionner de manière satisfaisante.

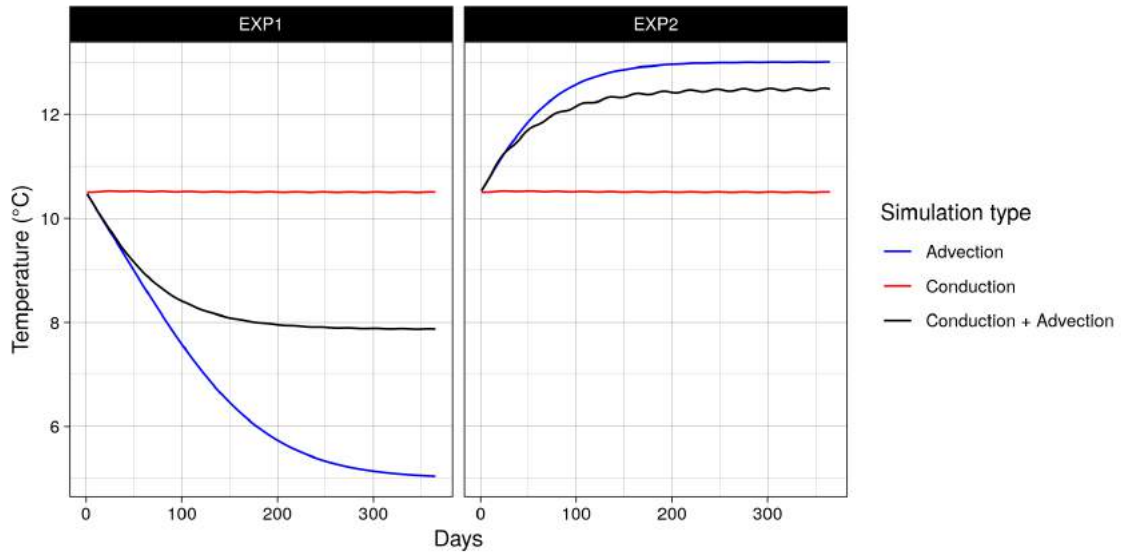


Figure 20. Évolution de la température de la cellule rouge du cas synthétique aquifère triangulaire (Fig. 6).

EXP1 a une vitesse de $1e-4\text{m s}^{-1}$ vers sud-nord, et EXP2 a une vitesse de $1e-4\text{m s}^{-1}$ vers nord-sud. a) Advection signifie une simulation avec seulement le transport de chaleur advectif activé, b) Conduction signifie une simulation avec seulement le transport de chaleur conductif activé, c) Advection + Conduction signifie une simulation avec les deux composantes du transport de chaleur activées.

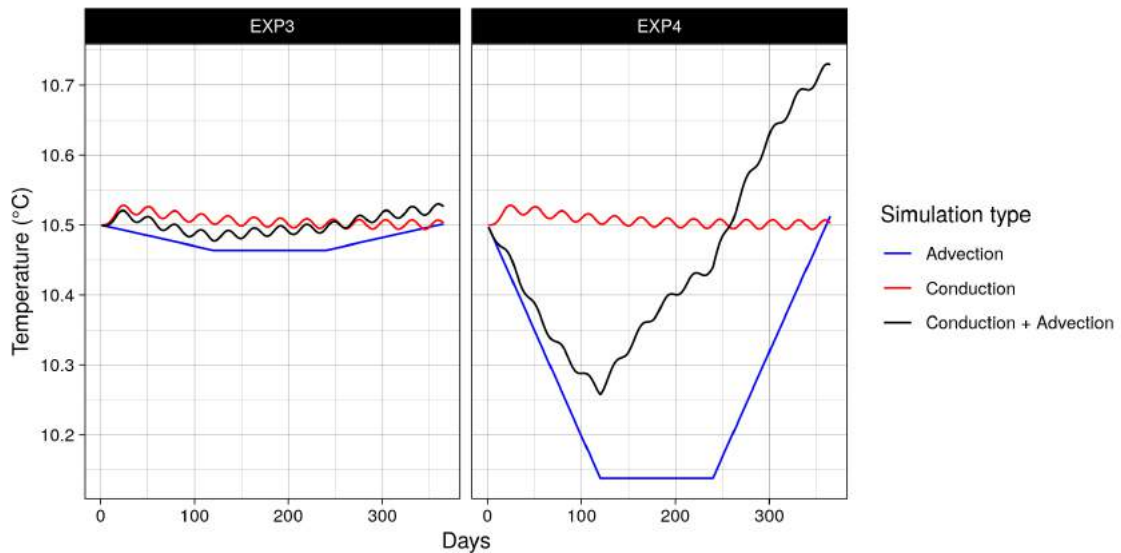


Figure 21. Évolution de la température de la cellule rouge du cas synthétique aquifère triangulaire (Fig. 6).

EXP3 a une vitesse de $1e-6\text{m s}^{-1}$ dans différentes directions, et EXP4 a une vitesse de $1e-5\text{m s}^{-1}$. a) Advection signifie une simulation avec seulement le transport de chaleur advectif activé, b) Conduction signifie une simulation avec seulement le transport de chaleur conductif activé, c) Advection + Conduction signifie une simulation avec les deux composantes du transport de chaleur activées.

Conclusion

Ce rapport expose le développement et le test de la simulation du transfert de chaleur dans la plateforme de simulation des hydrosystèmes CaWaQS. Ce travail a nécessité de transformer et de développer la librairie de calcul, *libttc*, dédiée à la résolution du transport de chaleur et de soluté en milieu poreux et également pour les écoulements à surface libre. *libttc* a ensuite été couplée au sein de la plateforme CaWaQS pour représenter les flux de chaleur au sein d'un aquifère monocouche. La mise en œuvre du transport d'énergie en rivière a quant à elle nécessité de développer une autre librairie, *libseb*, dédiée au transfert d'énergie entre la surface libre des rivières et cours d'eau et l'atmosphère.

Un autre aspect crucial du transport de solutés et de chaleur en simultané dans les hydrosystèmes est l'interaction entre les unités aquifère et l'interface nappe-rivière. La suite du travail présenté ici consistera à développer le transfert de chaleur dans ces deux interfaces. Deux solutions seront testées : l'une, très simple, de transfert de chaleur basée sur la géométrie des écoulements, l'autre en exploitant une solution analytique appliquée aux transferts de chaleur verticaux 1D en milieu poreux et en régime permanent (Kurylyk et al., 2017). L'utilisation d'une telle équation permettrait une estimation efficace du flux thermique sans coût de calcul supplémentaire associé à la solution numérique aux interfaces des composants de l'hydrosystème.

Une fois finalisés, ces développements permettront de simuler pour la première fois les flux de chaleur au sein de l'hydrosystème Seine. Cela sera réalisé en couplant ORCHIDEE et CaWaQS, ORCHIDEE permettant de forcer CaWaQS. Une première version de ce couplage a déjà été réalisée par Kilic et al. (2021) pour ce qui concerne le bilan hydrologique. Ce couplage va être amélioré avec l'introduction du transport de la chaleur. Les résultats de simulation permettront d'obtenir une cartographie fonctionnelle hydro-thermique des masses d'eau et une évaluation de leur sensibilité aux changements globaux en mobilisant différents scénarios climatiques du GIEC (IPCC, 2018).

Bibliographie

- Beaudoin, N., N. Gallois, P. Viennot, C. L. Bas, T. Puech, C. Schott, and B. Mary (2016). Evaluation of a spatialized agronomic model in predicting yield and N leaching at the scale of the Seine-Normandie basin. *Environmental Science and Pollution Research*, 1–31.
- Benyahya, L., D. Caissie, M. G. Satish, and N. El-Jabi (2012). Long-wave radiation and heat flux estimates within a small tributary in catamaran brook (new brunswick, canada). *Hydrological Processes* 26(4), 475–484.
- Boé, J., L. Terray, F. Habets, and E. Martin (2007). Statistical and dynamical downscaling of the seine basin climate for hydro-meteorological studies. *International Journal of Climatology* 27(12), 1643–1655.
- Bowen, I. S. (1926, Jun). The ratio of heat losses by conduction and by evaporation from any water surface. *Phys. Rev.* 27, 779–787.
- Boyd, M. and B. Kasper (2003). Analytical methods for dynamic open channel heat and mass transfer : Methodology for the heat source model version 7.0. Technical report, Oregon Department of Environmental Quality, Portland, OR.
- Carlaw, H. and J. Jaeger (1959). *Conduction of Heat in Solids*, Clarendon. Oxford.
- Cunge, J. (1969). Au sujet d'une méthode de calcul de propagation de crues (méthode muskingum). *J. Res. in Hydrology* 7(2), 205–230.
- de Marsily, G. (1986). *Quantitative Hydrogeology*. Academic Press, Inc., Orlando, FL.

- de Marsily, G., E. Ledoux, A. Levassor, D. Poitral, and A. Salem (1978). Modelling of large multilayered theory and applications aquifer systems : Theory and Applications. *Journal of Hydrology* 36, 1–34.
- De Vries, D. A. (1963). Thermal properties of soils. *Physics of plant environment*.
- Dingman, S. (2008). *Physical Hydrology*. Waveland Press.
- Ducharne, A. (2007). Importance of stream temperature to climate change impact on water quality. *Hydrology and Earth System Sciences Discussions* 4(4), 2425–2460.
- Ducharne, A., P. Arboleda-Obando, and F. Cheruy (2020). Effets de l’humectation des sols par les nappes sur la trajectoire du changement climatique dans le bassin de la seine et en europe. Rapport d’étude, UMR 7619 METIS.
- Ducharne, A., F. Habets, M. Déqué, L. Evaux, A. Hachour, A. Lepaillier, T. Lepelletier, E. Martin, L. Oudin, C. Pagé, P. Ribstein, E. Sauquet, D. Thiéry, L. Terray, P. Viennot, J. Boé, M. Bourqui, O. Crespi, S. Gascoin, and J. Rieu (2009). Projet RExHySS : Impact du changement climatique sur les Ressources en eau et les Extrêmes Hydrologiques dans les bassins de la Seine et la Somme. Rapport d’étude, Ministère de l’Ecologie, de l’Energie, du Développement durable et de la Mer.
- Ducharne, A., R. D. Koster, M. J. Suarez, M. Stieglitz, and P. Kumar (2000). A catchment-based approach to modeling land surface processes in a general circulation model : 2. parameter estimation and model demonstration. *Journal of Geophysical Research : Atmospheres* 105(D20), 24823–24838.
- Flipo, N. (2005). *Modélisation intégrée des transferts d’azote dans les aquifères et les rivières : Application au bassin du Grand Morin*. Ph. D. thesis, Centre d’Informatique Géologique, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris.
- Flipo, N., N. Gallois, B. Labarthe, F. Baratelli, P. Viennot, J. Schuite, A. Rivière, R. Bonnet, and J. Boé (2020). *The Seine River Basin*, Chapter Pluri-annual water budget on the Seine basin : past, current and future trends, pp. In press. Handbook of Environmental Chemistry. Cham, Switzerland : Springer.
- Flipo, N., N. Gallois, and J. Schuite (2021). Recalibration du modèle CaWaQS-Seine pour l’analyse du fonctionnement du bassin. Rapport technique d’étude R310521NFLI, Centre de Géosciences - ARMINES/MINES ParisTech.
- Flipo, N., A. Rivière, N. Gallois, B. Labarthe, F. Baratelli, S. Wang, M. Maillot, T. Verbeke, P. Goblet, A. Jost, and L. Abasq (2019, December). Catchment Water Quality Simulator : CaWaQS. In P. Seine (Ed.), *Rapports de synthèse de fin de phase VII du programme PIREN Seine*, Volume 4 of *Mesures hydrogéophysiques et biogéochimiques haute-fréquence et "time lapse" des interfaces nappe-rivière : évolution des ressources en eau*, pp. 11–46.
- Gallois, N., E. Ledoux, and N. Flipo (2020, March). Mise à jour du modèle mathématique de l’hydrosystème de Volvic - Phase I : Migration de l’application numérique MODCOU-NEWSAM vers la plateforme de modélisation CaWaQS. Rapport technique d’étude, ARMINES/MINES ParisTech, PSL Université - Centre de Géosciences.
- Gallois, N., E. Ledoux, and N. Flipo (2021). Mise à jour du modèle mathématique de l’hydrosystème de Volvic - Phase II : Actualisation de l’application numérique cawaqs-volvic : Scénarisations climatiques. Rapport technique d’étude, ARMINES/MINES ParisTech, PSL Université - Centre de Géosciences.
- Gallois, N., A. Rivière, and N. Flipo (2020, October). Développements numériques au sein de la plateforme de modélisation des hydrosystèmes CaWaQS : Introduction des premières fonctionnalités de transport conservatif. Rapport technique PIREN-Seine, ARMINES/MINES ParisTech, PSL Université - Centre de Géosciences.

- Gallois, N. and P. Viennot (2018). Modélisation de la pollution diffuse d'origine agricole des grands aquifères du bassin seine-normandie : Actualisation des modélisations couplées stics-modcou – modélisation de scénarios agricoles sous changement climatique. Technical report, ARMINES/MINES ParisTech.
- Goto, S., M. Yamano, and M. Kinoshita (2005). Thermal response of sediment with vertical fluid flow to periodic temperature variation at the surface. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth* 110(B1), 1–11.
- Gupta, H., K. Harald, and G. Martinez (2009). Decomposition of the mean squared error and nse performance criteria : Implications for improving hydrological modelling. *Journal of Hydrology* 377(1-2), 80–91.
- Hopmans, J. W., G. E. Brown, and K. L. Bristow (2002). Indirect estimation of soil thermal properties and water flux using heat pulse probe measurements : Geometry and dispersion effects Jirka Š imunek. *Water Resources Research* 38(1).
- IPCC (2018). *Global Warming of 1.5° C : An IPCC Special Report on the Impacts of Global Warming of 1.5° C Above Pre-industrial Levels and Related Global Greenhouse Gas Emission Pathways, in the Context of Strengthening the Global Response to the Threat of Climate Change, Sustainable Development, and Efforts to Eradicate Poverty*. Intergovernmental Panel on Climate Change.
- Kilic, D., A. Rivière, N. Flipo, A. Ducharne, J. Ghattas, N. Raoult, , P. Peylin, J. Demarty, B. Cappelaere, H. Barral, P. Ansart, A. Blanchouin, A. Baudin, L. Marlot, and P. Goblet (2019). Sensitivity analysis of surface water balance in orchidee : Case study on the avenelles basin. In *3e Journées de Modélisation des Surfaces Continentales*, pp. 1.
- Kilic, D., A. Rivière, N. Flipo, A. Ducharne, P. Peylin, and P. Goblet (2021). Integrated modeling of water and heat fluxes in the seine hydrosystem, france. In *EGU General Assembly Conference Abstracts*, pp. EGU21–4351.
- Krinner, G., N. Viovy, N. de Noblet-Ducoudré, J. Ogée, J. Polcher, P. Friedlingstein, P. Ciais, S. Sitch, and I. C. Prentice (2005). A dynamic global vegetation model for studies of the coupled atmosphere-biosphere system. *Global Biogeochemical Cycles* 19(1), 1–33.
- Kurylyk, B. L., D. J. Irvine, S. K. Carey, M. A. Briggs, D. D. Werkema, and M. Bonham (2017). Heat as a groundwater tracer in shallow and deep heterogeneous media : Analytical solution, spreadsheet tool, and field applications. *Hydrological processes* 31(14), 2648–2661.
- Labarthe, B. (2016). *Quantification des échanges nappe-rivière au sein de l'hydrosystème Seine par modélisation multi-échelle*. Ph. D. thesis, MINES ParisTech, PSL Research University.
- Ledoux, E. (1980). *Modélisation intégrée des écoulements de surface et des écoulements souterrains sur un bassin hydrologique*. Ph. D. thesis, ENSMP, UPMC.
- Maillot, M. (2019). *Étude des remontées de nappe de Paris et de la Petite Couronne lors des épisodes de crue de la Seine et de la Marne*. Ph. D. thesis, MINES ParisTech.
- Maxwell, R. and S. Kollet (2008). Quantifying the effects of three-dimensional subsurface heterogeneity on hortonian runoff processes using a coupled numerical, stochastic approach. *Advances in Water Resources* 31, 807–817.
- Nash, J. E. (1959). Systematic determination of unit hydrograph parameters. *Journal of Geophysical Research (1896-1977)* 64(1), 111–115.
- Rivière, A. (2012). *Influences du pergélisol sur les écoulements souterrains et leurs échanges avec une rivière : étude numérique et expérimentale*. Ph. D. thesis, Université Pierre et Marie Curie, Paris.

- Rivière, A. (2017). Libttc : Notice technique v0.0.9. Technical report, MINES ParisTech.
- Rivière, A., J. Gonçalves, and A. Jost (2020, Septembre). agnes-riviere/ginette : Ginette-2020-09.
- Sinokrot, B. A. and H. G. Stefan (1993). Stream temperature dynamics : Measurements and modeling. *Water Resources Research* 29(7), 2299–2312.
- Stallman, R. (1965). Steady one-dimensional fluid flow in a semi-infinite porous medium with sinusoidal surface temperature. *Journal of Geophysical Research* 70(12), 2821–2827.
- Vandenbohede, A., A. Louwyck, and L. Lebbe (2009). Conservative solute versus heat transport in porous media during push-pull tests. *Transport in Porous Media* 76, 265–287.
- Wang, S. (2019). *Simulation du métabolisme de la Seine par assimilation de données en continu*. Ph. D. thesis, Université PSL, MINES ParisTech, France.
- Wang, S., N. Flipo, A. Bordet, J. Bernier, M. Merchat, and V. Rocher (2021). Transport de chaleur par la seine à la traversée de l’agglomération parisienne. Rapport d’étude, PIREN Seine.
- Wang, S., A. Jost, B. Labarthe, and N. Flipo (2016). Création du module Libwet de simulation des interactions gravières-aquifères. Rapport technique, PIREN-Seine.
- Woodside, W. and J. H. Messmer (1961). Thermal conductivity of porous media .1. Unconsolidated sands. *Journal of Applied Physics* 32, 1688–1699.

Appendix

Mise en équation de la équation advectif-conductif

Le bilan volumique se réalise aux centres des mailles. Le schéma utilise est semi-implicite, l’indice i correspond à l’axe x et l’indice j à l’axe y. L’exposant n indique l’itération temporelle :

$$\begin{aligned}
& \theta \left(\frac{D_i}{dx_i \Delta L_{i+1}} T_{i+1}^n + \frac{D_i}{dx_i \Delta L_{i-1}} T_{i-1}^n - \frac{D_i}{dx_i \Delta L_{i+1}} T_i^n - \frac{D_i}{dx_i \Delta L_{i-1}} T_i^n \right) \\
& + \theta \left(\frac{D_j}{dy_j \Delta L_{j+1}} T_{j+1}^n + \frac{D_j}{dy_j \Delta L_{j-1}} T_{j-1}^n - \frac{D_j}{dy_j \Delta L_{j+1}} T_j^n - \frac{D_j}{dy_j \Delta L_{j-1}} T_j^n \right) \\
& - \theta \left(\frac{U_{i+1/2}}{dx_i} T_{i+1}^n + \frac{U_{i-1/2}}{dx_i} T_{i-1}^n - \frac{U_{i+1/2}}{dx_i} T_i^n - \frac{U_{i-1/2}}{dx_i} T_i^n \right) \\
& - \theta \left(\frac{U_{j+1/2}}{dy_j} T_{j+1}^n + \frac{U_{j-1/2}}{dy_j} T_{j-1}^n - \frac{U_{j+1/2}}{dy_j} T_j^n - \frac{U_{j-1/2}}{dy_j} T_j^n \right) \\
& + (1 - \theta) \left(\frac{D_i}{dx_i \Delta L_{i+1}} T_{i+1}^{n-1} + \frac{D_i}{dx_i \Delta L_{i-1}} T_{i-1}^{n-1} - \frac{D_i}{dx_i \Delta L_{i+1}} T_i^{n-1} - \frac{D_i}{dx_i \Delta L_{i-1}} T_i^{n-1} \right) \\
& + (1 - \theta) \left(\frac{D_j}{dy_j \Delta L_{j+1}} T_{j+1}^{n-1} + \frac{D_j}{dy_j \Delta L_{j-1}} T_{j-1}^{n-1} - \frac{D_j}{dy_j \Delta L_{j+1}} T_j^{n-1} - \frac{D_j}{dy_j \Delta L_{j-1}} T_j^{n-1} \right) \\
& - (1 - \theta) \left(\frac{U_{i+1/2}}{dx_i} T_{i+1}^{n-1} + \frac{U_{i-1/2}}{dx_i} T_{i-1}^{n-1} - \frac{U_{i+1/2}}{dx_i} T_i^{n-1} - \frac{U_{i-1/2}}{dx_i} T_i^{n-1} \right) \\
& - (1 - \theta) \left(\frac{U_{j+1/2}}{dy_j} T_{j+1}^{n-1} + \frac{U_{j-1/2}}{dy_j} T_{j-1}^{n-1} - \frac{U_{j+1/2}}{dy_j} T_j^{n-1} - \frac{U_{j-1/2}}{dy_j} T_j^{n-1} \right) \\
& = \frac{S_i}{dt} T_i^n - \frac{S_i}{dt} T_i^{n-1} + q \quad (20)
\end{aligned}$$

Dans le cas particulier de la carte gigogne, entre les mailles carrés adjacents gigogne, dans un milieu isotrope, le rapport de deux coefficients est au plus égal à $\frac{2}{3}$ et indépendant de la taille des carrés.